

多角錐近似による接触制約条件を用いた干渉立体形状に基づく剛体接触力計算

Rigid Contact Force Computation based on Contact Volume with Pyramidal Approximation of Frictional Constraint

学 脇坂尚樹 (大阪大) 正 杉原知道 (大阪大)

Naoki WAKISAKA, Osaka University, naoki.wakisaka@ams.eng.osaka-u.ac.jp
Tomomichi SUGIHARA, Osaka University, zhidao@ieee.org

A novel method to compute contact forces based on contact volume with polygonal approximation of Coulomb's friction law in forward dynamics simulation is proposed. The contact forces applied in the volume is modeled as the resultant 6-axis force of the distributed linear forces on the contact plane. The constraint condition on the 6-axis force derived from the unilateral and frictional constraint of each distributed forces is approximated to the linear programming problem with polygonal approximation.

Key Words: Contact Force Computation, Forward Dynamics Simulation, Polygonal Approximation

1 緒言

リンク系動力学シミュレーションは、剛体と関節で構成されるリンク系でモデル化できる機械システムの運動を、計算機上で再現することができる。ロボットなど環境と相互作用しながら作業するシステムにおいては、接触力を高精度にシミュレートすることが望まれる。これまでに様々な接触力計算方法が提案されてきているが、その多くが物体形状の頂点、面に基づいて接触状態を表現している [1, 2, 3]。接触力計算では、まず接触力の方向と作用点を決定する。点、面に基づく計算では力の方向を決めるために多くの経験的な場合分けが必要であり、作用点は物体形状の複雑さによって偏ってしまう。

それに対し、接触状態を物体形状間の干渉立体で表現する方法 [4][5] が提案されている。立体情報から力の方向を計算することで場合分けをなくし、接触力を立体内部に想定した接触面に作用する分布力と仮定することで偏りの問題を解決している。このように点や面より情報量が豊富な立体形状を用いることで、より高精度な接触力計算が行える可能性がある。分布接触力の計算については、Hasegawa ら [4] は接触面上各点に作用するバネ・ダンパ力でモデル化している。比較の実装が容易であるが、硬い物体を想定した場合ステップ幅を小さくしなければ安定な計算が行えず、計算量が増えがちである。一方、脇坂ら [5] は接触面上各点に速度拘束条件を考え、接触面全体が可能な限り拘束を満たすような分布力合力、合トルクを逆算している。この方法では、比較的大きなステップ幅でも安定に計算ができる。しかし、計算された合力が接触面に作用する分布力として発生可能かどうかを判断することは容易ではない。発生可能な分布力は接触面すべての点において垂直抗力非負条件と摩擦制約条件を満たさなければならないが、合力からは分布力を一意に決められないからである。脇坂らは、共に摩擦力分布によって決まる摩擦合力と接触面法線方向を軸とする合トルクとを分離して制約条件を近似している。そのため、実際には発生不可能な接触力が生じる可能性があった。

そこで本稿では、6軸合力が満たすべき制約条件を摩擦円錐の多角錐近似によって近似する方法を提案する。脇坂ら [5] によって、6軸合力が分布力の合力であるか判断するとき、接触面頂点にのみ力が分布していると仮定してもよいことが示されているため、摩擦円錐を満たす各頂点に分布する並進力を多角錐近似することで、6軸合力が発生可能かどうかの判定を線型計画問題に帰着させることができる。また、多角錐近似の際、摩擦円錐に内接

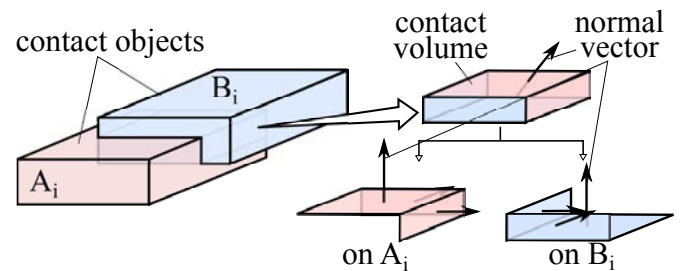


Fig.1 normal vector of contact volume

する多角錐を考慮することで、近似した制約を本来の制約条件に内包することができ、発生不可能な合力となることを防ぐ。計算された6軸合力が制約条件を満たさない場合、静止摩擦として発生できないと判断し、計算された合力に近くなるような動摩擦分布に補正する。

2 干渉立体形状に基づく接触力計算 [5]

本章では、干渉立体形状に基づいた接触力計算方法 [5] について説明する。この方法では、まず干渉立体形状を基に垂直抗力の方向を決定する。続いて、接触力はこの方向と直交し干渉立体形状を切る面に作用する分布力であると仮定し、接触面上全ての点における速度拘束条件をもとに分布力の6軸合力を計算する。計算された6軸接触力について摩擦制約条件を満たしているか近似的に判断し、満たしていない場合動摩擦へ補正する。また、章末では制約条件の近似方法について問題点に言及する。

2.1 干渉立体形状による抗力方向計算

物体形状はすべて凸多面体で表現する。図1のように、干渉しているリンク A_i, B_i の共通部分を干渉立体と定義する。抗力方向は干渉立体形状を成す面がリンク A_i, B_i どちらの面に属しているかに基づき決定する。系全体において i 番目の干渉立体を C_i 、その各面を $P_{i,j}$ 、リンク A_i, B_i を成す面集合をそれぞれ

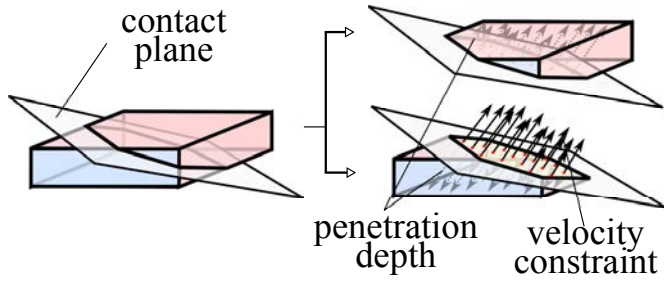


Fig.2 velocity constraint on the contact plane

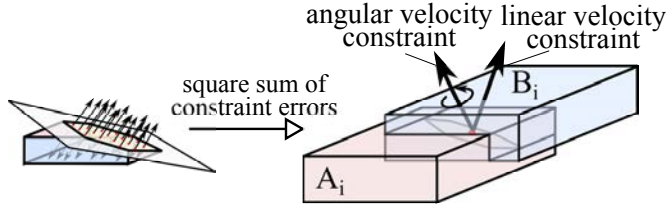


Fig.3 6-axis relative velocity constraint

$\mathcal{L}_{A_i}, \mathcal{L}_{B_i}$ とし, 垂直抗力方向 \mathbf{n}_i は次のように計算する.

$$\mathbf{n}_i = \text{norm} \left(\sum_j (\text{sgn}(\mathcal{P}_{i,j}) S_{i,j} \mathbf{n}_{i,j}) \right), \quad (1)$$

ただし, $S_{i,j}, \mathbf{n}_{i,j}$ はそれぞれ面 $\mathcal{P}_{i,j}$ の面積と単位法線ベクトル,

$$\text{sgn}(\mathcal{P}_{i,j}) = \begin{cases} 1 & (\mathcal{P}_{i,j} \in \mathcal{L}_{A_i}) \\ -1 & (\mathcal{P}_{i,j} \in \mathcal{L}_{B_i}) \end{cases}, \quad (2)$$

$$\text{norm}(\mathbf{p}) = \begin{cases} \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|} & \text{if } \|\mathbf{p}\| > \epsilon_v \\ \mathbf{0} & \text{otherwise.} \end{cases}$$

とする.

2.2 接触点速度拘束条件

干渉立体重心点 \mathbf{p}_{ig} を通り \mathbf{n}_i を法線ベクトルとする面を, 接触力が作用する接触面と仮定する. 図 2 に接触面における拘束条件の概略図を示す. 接触面上の全ての点 $\mathbf{p}_{i,k}$ において, 干渉立体面までの距離 $h_{i,k}$ を侵入量とし, 次のように接触によって侵入量を減らす方向に速度が拘束されると考える.

$$\mathbf{v}_{i,k+} = k_i h_{i,k} \mathbf{n}_i \quad (3)$$

ただし, $\mathbf{v}_{i,k+}$ は微小時間 Δt 後の点 $\mathbf{p}_{i,k}$ における相対速度, k_i は侵入量補償係数とする. 剛体は 6 自由度しか持たないため, 全ての拘束条件を同時に満たすことはできず不静定問題となる. そこで図 3 のように, 誤差二乗和を最小とする問題を考えリンク A_i, B_i の 6 軸相対速度で表現することを考える. 全ての k に対する拘束条件式 (3) の誤差二乗和 E_i は次のように表される.

$$E_i = \sum_k \frac{1}{2} \|\mathbf{v}_{i,k+} - k_i h_{i,k} \mathbf{n}_i\|^2 \quad (4)$$

また, リンク A, B に固定された座標系 $\Sigma_{A_i}, \Sigma_{B_i}$ 原点の \mathbf{p}_{ig} における 6 軸相対速度 $\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g}$ は次のように表される.

$$\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g} = \hat{\mathbf{v}}_{iB,g} - \hat{\mathbf{v}}_{iA,g}, \quad (5)$$

ただし, 座標系 $\Sigma_{A_i}, \Sigma_{B_i}$ 原点の慣性座標系から見た位置, 速度, 角速度をそれぞれ $\mathbf{p}_{i*}, \mathbf{v}_{i*}, \boldsymbol{\omega}_{i*}$, $\boldsymbol{\omega}_{i*}$,

$$\hat{\mathbf{v}}_{i*,g} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{i*} + (\mathbf{p}_{i*} - \mathbf{p}_{i,g}) \times \boldsymbol{\omega}_{i*} \\ \boldsymbol{\omega}_{i*} \end{bmatrix}, \quad * \in \{A, B\} \quad (6)$$

とする. $\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+}$ を用いて $\mathbf{v}_{i,k+}$ は次のように表される.

$$\mathbf{v}_{i,k+} = \mathbf{J}_{i,k} \hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+}, \quad \mathbf{J}_{i,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & -[(\mathbf{p}_{i,k} - \mathbf{p}_{ig}) \times] \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし, $[\mathbf{x} \times] \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は外積行列で $[\mathbf{x} \times] \mathbf{y} = \mathbf{x} \times \mathbf{y}$ となる. 式 (7) を式 (4) へ代入すると次式が得られる.

$$E_i = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+}^T \mathbf{Q}_i \hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+} - k_i \mathbf{n}_i^T \mathbf{c}_i \hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+} + \alpha_i, \quad (8)$$

ただし,

$$\mathbf{Q}_i = \sum_k \mathbf{J}_{i,k}^T \mathbf{J}_{i,k}, \quad \mathbf{c}_i = \sum_k h_{i,k} \mathbf{J}_{i,k}, \quad (9)$$

α_i は $\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+}$ に関わらない定数項とする. また, $\mathbf{Q}_i, \mathbf{c}_i$ は干渉立体形状の各面について積分することで干渉立体形状頂点位置のみで計算可能であるが, 本稿では詳細な計算は省略する.

2.3 接触力計算

接触面にはたらく分布力の \mathbf{p}_{ig} における 6 軸合力を $\hat{\mathbf{f}}_i$, それらをまとめたベクトルを $\hat{\mathbf{f}} = [\hat{\mathbf{f}}_1^T \cdots \hat{\mathbf{f}}_m^T]^T$, 干渉立体数を m とするとき, 各干渉立体における拘束条件誤差 E_i に正則化項を加え次の最小化問題を解くことで接触力を計算する.

$$\hat{\mathbf{f}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{f}}} \sum_i \left(E_i + \frac{1}{2} \lambda \hat{\mathbf{f}}_i^T \hat{\mathbf{f}}_i \right) \quad (10)$$

ただし, λ は正則化における緩和係数である. ここで, リンク系の運動方程式は次のように表される.

$$\mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c} = \mathbf{u} + \mathbf{J}^T \hat{\mathbf{f}} \quad (11)$$

ただし, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ は関節変位をまとめたベクトル, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は慣性行列, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$ は重力, コリオリ力, 遠心力, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ は関節駆動力, $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_1^T \cdots \mathbf{J}_m^T]^T$, $\mathbf{J}_i \in \mathbb{R}^{6 \times n}$ は次式で定義される関節速度から 6 軸相対速度へのヤコビ行列とする.

$$\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g} = \mathbf{J}_i \dot{\mathbf{q}} \quad (12)$$

微小時間 Δt 間の $\mathbf{H}, \mathbf{c}, \mathbf{J}$ の変化が小さいとし, 式 (11) を陽的オイラー法によって離散化すると次式が得られる.

$$\dot{\mathbf{q}}_+ = \mathbf{H}^{-1} (\mathbf{J}^T \hat{\mathbf{f}} + \mathbf{u} - \mathbf{c}) \Delta t + \dot{\mathbf{q}}_- \quad (13)$$

ただし, $\dot{\mathbf{q}}_-, \dot{\mathbf{q}}_+$ は Δt 前後の関節速度とする. 式 (12), (13) から Δt 後の 6 軸相対速度をまとめたベクトル $\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+} = [\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+}^T \cdots \hat{\mathbf{v}}_{mAB,g+}^T]^T$ は次のように表される.

$$\hat{\mathbf{v}}_{iAB,g+} = \mathbf{A} \dot{\mathbf{q}}_+ + \mathbf{b}, \quad (14)$$

ただし,

$$\mathbf{A} = \mathbf{J} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{J}^T \Delta t, \quad \mathbf{b} = \mathbf{J} (\mathbf{H}^{-1} (\mathbf{u} - \mathbf{c}) \Delta t + \dot{\mathbf{q}}_-) \quad (15)$$

とする. 式 (8), (10), (14) より最終的に次式を解くことで接触力を計算する.

$$\hat{\mathbf{f}} = \arg \min_{\hat{\mathbf{f}}} \left(\frac{1}{2} \hat{\mathbf{f}}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{1}) \hat{\mathbf{f}} + (\mathbf{b}^T \mathbf{Q} + \mathbf{K} \mathbf{n}^T \mathbf{c}) \mathbf{A} \hat{\mathbf{f}} \right) \quad (16)$$

ただし, $\mathbf{Q} = \text{Diag}(\mathbf{Q}_i)$, $\mathbf{c} = \text{Diag}(\mathbf{c}_i)$, $\mathbf{K} = \text{Diag}(k_i \mathbf{1})$, $\mathbf{n} = \text{Col}(\mathbf{n}_i)$ とする. $\text{Diag}(\mathbf{X}_i)$ は \mathbf{X}_i を対角成分, 他成分を \mathbf{O} とするブロック行列, $\text{Col}(\mathbf{X}_i)$ は \mathbf{X}_i を縦に並べたベクトル, 行列である.

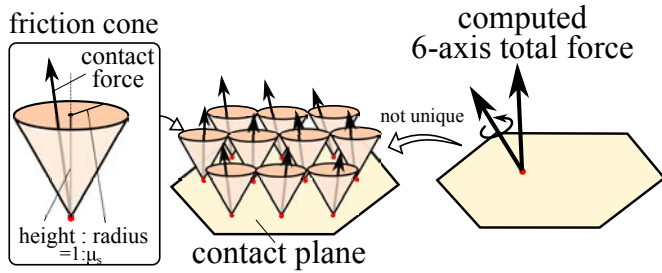


Fig.4 Coulomb's friction law on the contact plane

2.4 接触力制約条件

本方法では接触力は接触面に働く分布力と仮定しており、図4のように接触面すべての点において接触力はクーロン摩擦円錐内に存在しなければならない。しかし、計算される6軸合力から分布力が一意に決まらないことから直接的には摩擦円錐を扱えない。そのため、計算された6軸合力となる分布力が一つでも存在することが6軸合力に対する制約条件となる。制約が満たされない場合、静止摩擦が発生できないと判断し動摩擦に補正する。

法線ベクトル n_i とその順に右手系となるように取った接触面基底ベクトルを e_{i1}, e_{i2} 、任意のベクトル $x \in \mathbb{R}^3$ について $x = x_n n_i + x_{f1} e_{i1} + x_{f2} e_{i2}$ と表す。点 $p_{i,k}$ に働く接触力 $f_{i,k} \in \mathbb{R}^3$ の摩擦円錐条件は次のように表される。

$$f_{i,k_n} \geq 0, \quad (17)$$

$$\sqrt{f_{i,k_{f1}}^2 + f_{i,k_{f2}}^2} \leq \mu_s f_{i,k_n} \quad (18)$$

ただし、 μ_s は静止摩擦係数とする。また、6軸接触力 \hat{f}_i の並進力を $f_i \in \mathbb{R}^3$ 、トルクを $\tau_i \in \mathbb{R}^3$ とすると次のように計算できる。

$$f_i = \sum_k f_{i,k}, \quad \tau_i = \sum_k (p_{i,k} - p_{ig}) \times f_{i,k} \quad (19)$$

各要素に分解すると次のように展開できる。

$$f_{i_n} = \sum_k f_{i,k_n}, \quad (20)$$

$$f_{i_{f1}} = \sum_k f_{i,k_{f1}}, \quad f_{i_{f2}} = \sum_k f_{i,k_{f2}}, \quad (21)$$

$$\tau_{i_n} = \sum_k (r_{i,k1} f_{i,k_{f2}} - r_{i,k2} f_{i,k_{f1}}), \quad (22)$$

$$\tau_{i_{f1}} = \sum_k r_{i,k2} f_{i,k_n}, \quad \tau_{i_{f2}} = - \sum_k r_{i,k1} f_{i,k_n} \quad (23)$$

ただし、 $p_{i,k} = p_{ig} + r_{i,k1} e_{i1} + r_{i,k2} e_{i2}$ とする。式(20)、(23)より次式で計算される点 p_{in} は垂直抗力の重心である。

$$p_{in} = - \frac{\tau_{i_{f2}}}{f_{i_n}} e_{i1} + \frac{\tau_{i_{f1}}}{f_{i_n}} e_{i2} + p_{ig} \quad (24)$$

f_i, τ_i の各要素のうち、垂直抗力 f_{i,k_n} から決まる $f_{i_n}, \tau_{i_{f1}}, \tau_{i_{f2}}$ は、垂直抗力非負条件(17)から次式を満たす。

$$f_{i_n} \geq 0, \quad p_{in} \in S_i \quad (25)$$

ただし、 S_i は接触面内部領域とする。接触面が凸形状であるため、式(25)は線型方程式なり扱いやすく、本方法では二次計画問題(16)の制約条件として考慮する。

一方、摩擦条件(18)に基づいた $f_{i_{f1}}, f_{i_{f2}}, \tau_{i_n}$ の条件は非線形で扱いづらい。脇坂らは、図5に示すように、摩擦合力については垂直抗力合力に基づく摩擦円錐を制約とし、法線軸まわり合トルク τ_{i_n} は、摩擦分布とその方向を仮定し式(25)を満たしながら τ_{i_n} が最大、最小値を制約としていた。しかし、本来 $f_{i_{f1}}, f_{i_{f2}}$ と τ_{i_n} はそれぞれ式(21),(22)から分かるように分離できないため、式(18)を満たす摩擦分布が存在しない場合でも摩擦力が発生できると判断される場合があった。

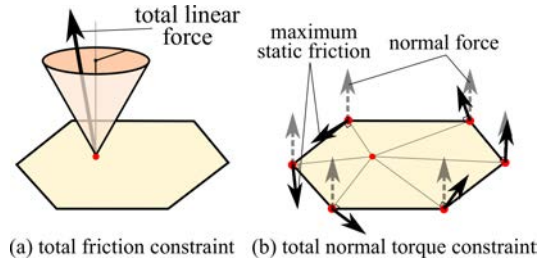


Fig.5 6-axis force constraint separating total friction and normal torque [5]

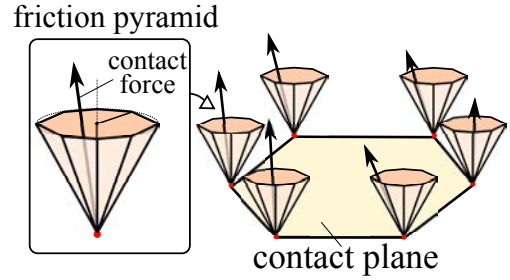


Fig.6 Coulomb's friction law on the contact plane with pyramidal approximation

3 多角錐近似による接触合力制約条件

3.1 多角錐近似による制約条件

本稿では、摩擦円錐を多角錐近似することで制約条件を満たす6軸合力が必ず発生可能となる制約条件を提案する。脇坂ら[5]によって、計算された6軸合力となる分布力を考える際、接触面が凸形状ならば図6のようにその頂点のみに分布していると仮定してもよいことが示されている。これにより、摩擦円錐を多角錐近似することで制約条件を線型多項式に帰着させることが可能となる。図6に示すような摩擦円錐を内包する正P角形で作られる多角錐に近似すると摩擦多角錐内の力は次式で表される。

$$f_{i,l} = \sum_p \epsilon_{i,l,p} (n_i + \mu_s t_{i,p}), \quad \epsilon_{i,l,p} \geq 0, \quad (26)$$

ただし、 $f_{i,l}$ は l 番目の頂点における接触力、 $p = 0, \dots, P-1$ 、 $t_{i,p}$ は多角錐の各稜線で

$$t_{i,p} = c_l e_{i1} + s_l e_{i2}, \quad c_l = \cos \frac{2\pi p}{P}, \quad s_l = \sin \frac{2\pi p}{P}, \quad (27)$$

とする。式(20)–(23)より、計算された6軸力を f_i^*, τ_i^* とすれば $\epsilon_{i,l,p}$ について次式が成り立つ。

$$f_{i_n}^* = \sum_{l,p} \epsilon_{i,l,p}, \quad (28)$$

$$f_{i_{f1}}^* = \sum_{l,p} \mu_s c_l \epsilon_{i,l,p}, \quad f_{i_{f2}}^* = \sum_{l,p} \mu_s s_l \epsilon_{i,l,p}, \quad (29)$$

$$\tau_{i_n}^* = \sum_{l,p} \mu_s (r_{i,k1} s_l - r_{i,k2} c_l) \epsilon_{i,l,p}, \quad (30)$$

$$\tau_{i_{f1}}^* = \sum_{l,p} r_{i,k2} \epsilon_{i,l,p}, \quad \tau_{i_{f2}}^* = - \sum_{l,p} r_{i,k1} \epsilon_{i,l,p} \quad (31)$$

接触面頂点数を L とすると、これは LP 個の $\epsilon_{i,l,p} \geq 0$ を変数とする6本の線型連立方程式となる。本稿ではシンプレックス法を用いて式(28)–(31)を満たす解があるかどうか確認する。一つでも解がある場合、計算された6軸合力となる分布力が発生可能であると判断する。

解が存在しない場合、静止摩擦力は発生できない判断し動摩擦力に補正する。動摩擦の場合接触点速度によって摩擦方向が決まり、接触力は次のように表される。

$$f_{i,l} = \epsilon'_{i,l}(\mathbf{n}_i + \mu_d \text{norm}(\mathbf{v}_{i,l})), \quad \epsilon'_{i,l} \geq 0 \quad (32)$$

ただし、 $\mathbf{v}_{i,l}$ は l 番目頂点におけるリンク間相対速度、 μ_d は動摩擦係数とする。このとき、垂直抗力分布、すなわち、 L 個の $\epsilon'_{i,k}$ は未知である。ここでは、動摩擦力も静止摩擦力同様、できる限りリンクを静止させようと働くと仮定し、動摩擦力によって補正された $f_{i,f_1}^*, f_{i,f_2}^*, \tau_{i_n}^*$ がそれぞれ接触力計算で得られた $f_{i,f_1}^*, f_{i,f_2}^*, \tau_{i_n}^*$ に近くなるよう選択する。実際にはそれぞれ物理的次元が異なるため、逆数をかけることで無次元化した値を最大とする。最終的に次の線型計画問題を解くことで動摩擦補正を行う。

$$\begin{aligned} \epsilon'_i &= \arg \max_{\epsilon'_i} \\ &\sum_l \mu_d \left(\frac{t_{i,l_1}}{f_{i,f_1}^*} + \frac{t_{i,l_2}}{f_{i,f_2}^*} + \frac{r_{i,l_1} t_{i,l_2} - r_{i,l_2} t_{i,l_1}}{\tau_{i_n}^*} \right) \epsilon'_{i,l} \quad (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to } f_{i_n}^* &= \sum_{k \in V_i} \epsilon'_{i,k}, \\ \tau_{i,f_1}^* &= \sum_{k \in V_i} r_{i,l_2} \epsilon'_{i,k}, \quad \tau_{i,f_2}^* = - \sum_{k \in V_i} r_{i,l_1} \epsilon'_{i,k} \quad (34) \end{aligned}$$

ただし、 $\epsilon'_i = [\epsilon'_{i,1} \cdots \epsilon'_{i,L}]^T$, $t_{i,l_1} = \mathbf{e}_{i_1}^T \text{norm}(\mathbf{v}_{i,l})$, $t_{i,l_2} = \mathbf{e}_{i_2}^T \text{norm}(\mathbf{v}_{i,l})$ とする。式 (25) が満たされていることから垂直抗力にのみ依存する式 (34) を満たす解は少なくとも一つは存在するため、線型計画問題 (33), (34) は必ず解を持つ。

3.2 実装

下に提案方法の計算フローをまとめる。

1. リンク間の接触判定を行う。
2. 干渉立体計算と式 (1) による垂直抗力の方向を計算する。
3. 干渉立体形状を基に式 (9) における Q_i, c_i を計算する [5]。
4. 式 (15) における A, b を計算する。ただし、ABI 法 [6] を用いることで $O(n)$ で計算可能である。
5. 制約条件 (25) のもとで二次計画問題 (16) を解く。
6. 計算された 6 軸接触力について、シンプレックス法を用いて式 (28)–(31) を満たしているか判定する。満たしていない場合 7, 満たしている場合 8 へ。
7. 線型計画問題 (33), (34) を解くことで動摩擦力へ補正する。
8. 運動方程式をもとに \dot{q} を計算し、 q, \dot{q} を更新する。

4 シミュレーション

提案方法の性能を確認するためシミュレーションを行った。実装は C 言語で行い、CPU が Intel(R) Core(TM) i7-4790S 3.20GHz でメモリが 8GB の計算機を用いた。また、数値積分は積分時間幅 $\Delta t = 1\text{ms}$ で Runge-Kutta-Gill 法を用いた。摩擦係数はそれぞれ $\mu_d = 0.3$, $\mu_s = 0.5$, 補償係数は $k = 1000.0$, 緩和係数は $\lambda = 0.001$, 正規化におけるしきい値は $\epsilon_v = 1.0 \times 10^{-12}$, 多角錐近似は $P = 8$ とした。

図 7 に示すような地面と接触している箱に対し、下面中央に地面と水平な並進力と地面の法線軸まわりトルクを加えるシミュレーションを行った。接触力は加えた外力と箱の重力に対する反力となる。様々な並進力、法線軸トルクの組み合わせにおけるシミュレーションを行い、提案方法と脇坂らの方法において静止摩擦が作用していると判断されたかどうかを検証する。図 8 にその結果を示す。赤色、緑色の領域がそれぞれ提案方法、脇坂らの方法における静止摩擦と判断された領域である。脇坂らの方法では、摩擦合力と摩擦分布による法線軸まわりトルクの制約が長方

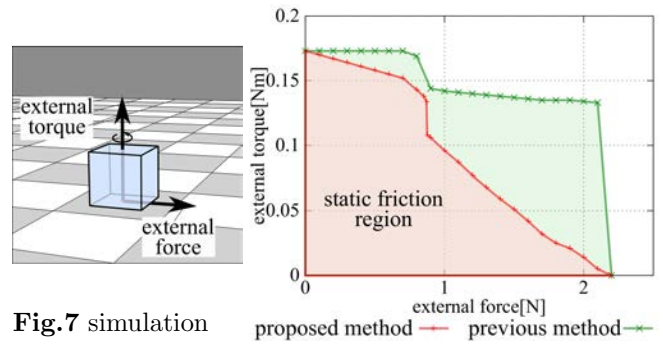


Fig.7 simulation box model

Fig.8 static friction region

Table 1 calculation time

	提案方法	脇坂らの方法
計算時間	1.34s	1.09s

形近似に近くなっているのに対し、提案方法では、摩擦合力と法線軸トルクとの関係を考慮した制約条件となっていることが確認できる。

また、静止摩擦が作用している場合において 5s のシミュレーションを 5 回繰り返し、その計算時間の平均を表 1 に示す。提案方法は脇坂らの方法よりも計算時間は長くなっていることが確認できる。これは、多角錐近似したことにより線型計画問題の次元が増えたためである。

5 結言

本研究では、干渉立体形状に基づいた接触力計算における 6 軸合力が満たすべき制約条件について、摩擦円錐を多角錐近似する方法を提案した。これまでに、ある 6 軸合力が平面に働く分布力として発生可能かどうかを判断するには、接触面の頂点にのみ力が働いていると仮定してもよいことが分かっている。そのため、多角錐近似することで制約条件を線型計画問題に帰着でき、扱いが容易になった。また、シミュレーションによって提案方法と従来方法を比較し、提案方法は摩擦合力と法線軸まわりトルクとの関係を考慮した制約条件となっていることを確認した。

謝辞 本研究は、科学技術振興会革新的研究開発推進プログラム「タフ・ロボティクス・チャレンジ」(PM 田所諭)「極限環境シミュレーションプラットフォーム Choreonoid の開発」(代表:金広文男)の支援を受けた。

参考文献

- [1] D. Baraff. Analytical methods for dynamic simulation of non-penetrating rigid bodies. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, Vol. 23, pp. 223–232, July 1989.
- [2] K. Yamane and Y. Nakamura. Stable penalty-based model of frictional contacts. In *Proc. of the 2006 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1904–1909, may 2006.
- [3] Keny Erleben, Jon Sporring, Kund Henriksen, and Henrik Dohlmann. *Physics-Based Animation*. Charles River Media, 2005.
- [4] S Hasegawa and M Sato. Real-time Rigid Body Simulation for Haptic Interactions Based on Contact Volume of Polygonal Objects. *Computer Graphics Forum*, Vol. 23, No. 3, pp. 529–538, 2004.
- [5] 脇坂尚樹, 杉原知道. 接触力分布を考慮した摩擦制約条件を用いた干渉立体形状に基づく 6 軸接触力計算. 第 21 回ロボティクスシンポジウム, 2016.
- [6] Roy Featherstone. *Robot Dynamics Algorithm*. Kluwer Academic Publisher, Boston, MA, 1987.