

MARG センサの動特性を補償した三次元姿勢推定のための 非線形相補フィルタ

○舩屋賢 (阪大) 杉原知道 (阪大)

1. はじめに

人型ロボットや飛行ロボットのような多くの自律移動ロボットにおいて、現在の姿勢を知ることは重要である。姿勢計測に使われるセンサとして、加速度計や傾斜計、角速度計のような慣性センサや地磁気計が挙げられる。加速度計や傾斜計は、準静的な運動において重力方向から傾斜角を推定できるが、センサ動特性による遅れが問題となる。角速度計は動的な姿勢変化を測定できるが、姿勢を求める際の積分に伴い誤差が累積する。地磁気計は初期の地磁気方向と現在の出力の照合により方位を推定できるが、周辺環境の磁気外乱が影響する。そのため、これらのセンサを組み合わせた MARG (Magnetic, Angular Rate and Gravity) センサが姿勢計測によく用いられる。

MARG センサを用いた姿勢推定のためのフィルタとして、カルマンフィルタ [1, 2] や相補フィルタ [3, 4, 5, 6] が挙げられる。前者はセンサのノイズ特性を設計パラメータとして時間領域で設計されるが、ノイズ特性のモデル化が難しい。一方で、後者は、経験的に把握している各センサの周波数特性に基づいて、相補条件を満たすように周波数領域で設計されるため、設計の労力は前者に比べて少ない。MARG センサでは、角速度出力を高周波数領域で、加速度出力と地磁気出力を低周波数領域で用いるように統合する。Madgwick ら [3], Mahony ら [4] は低周波数側の測定値を用いて角速度を補償する相補フィルタを提案した。しかし、実際のセンサは動特性を持つため、測定したい周波数領域内のある領域で推定精度が劣化する。

この問題に対して、Baerveldt ら [5] はセンサ動特性を表す伝達関数を用いた動特性補償により精度を向上させたが、それは一次元姿勢に対するものであった。三次元姿勢においては、姿勢表現とセンサ出力の関係が非線形となり、伝達関数の同定が難しい。仮に同定できたとしても、逆伝達関数は不安定または非プロパとなりがちであるため、その単純な使用はできない。そこで、著者ら [6] はセンサ動特性を線形な伝達関数と非線形な座標変換に分離し、それぞれを補償し統合する相補フィルタを提案した。不安定または非プロパな逆伝達関数を設計したフィルタと併せて用いることで、安定かつプロパな伝達関数のみを使用する。提案した方法では2つの傾斜角と旋回角を用いて姿勢を表現していたが、その表現は特異点を持つため、ある姿勢の近傍で精度が低下すると考えられる。

本研究では、センサ動特性の補償による特異点を持たない姿勢表現に基づく高精度な三次元姿勢推定を目的とする。Mahony ら [4] はクォータニオンと姿勢行列の両方を対象としたものを提案しているため、そのスキームに基づいて動特性を補償した相補フィルタを構

築する。前述のように、これを補償のための逆伝達関数のみで達成しようとしたとき、その逆伝達関数は不安定または非プロパになりがちであり問題である。そこで、低周波数側に用いるセンサ出力に対して、逆伝達関数を測定ベクトルに掛けず、推定ベクトルに伝達関数を掛けることで、不安定または非プロパになりがちな伝達関数の使用を避ける。一方で、高周波数側に用いるセンサ、すなわち角速度計の出力に対して、対象とする姿勢がある周波数以下の信号で構成されると仮定して相補条件を緩和することで、逆伝達関数とフィルタを併せて安定化・プロパ化を図る。

2. 相補フィルタによる姿勢推定

2.1 姿勢推定のための相補フィルタ

相補フィルタ [7] は、相補条件に従って設計された周波数フィルタにより n 個のセンサ出力をフィルタリングした後、統合することで原信号を抽出するフィルタである。原信号 $\mathbf{Y}(s)$ の推定値を $\hat{\mathbf{Y}}(s)$ 、 $\mathbf{X}_i(s)$ と $\mathbf{F}_i(s)$ をそれぞれ i 番目センサの出力とそれにかかるフィルタとすると、線形な相補フィルタは次式で表される。

$$\hat{\mathbf{Y}}(s) = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i(s) \mathbf{X}_i(s) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{F}_i(s)$ は次の相補条件を満たす。

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i(s) = \mathbf{1} \quad (2)$$

ただし、 $\mathbf{1}$ は単位行列である。

相補フィルタを用いて一次元の傾斜角を推定しようとするとき、式 (1) よりフィルタは次式で表される。

$$\hat{\theta} = F_1(s) \frac{1}{s} \tilde{\omega} + F_2(s) \tilde{\theta} \quad (3)$$

ただし、 $\hat{\theta}$ は傾斜角 θ の推定値、 $\tilde{\omega}$ は角速度の測定値、 $\tilde{\theta}$ は加速度計や傾斜計による θ の測定値である。 $(1/s)\tilde{\omega}$ は高周波数領域で信頼できるために $F_1(s)$ はハイパスフィルタ (HPF) として設計される。一方で、 $\tilde{\theta}$ は低周波数領域で信頼できるために、 $F_2(s)$ は相補条件を満たすローパスフィルタ (LPF) として設計される。 $\tilde{\omega}$ がバイアスを含むとき、次のようにフィルタを設計することでバイアスの影響を低減できる [4]。

$$\hat{\theta} = \frac{k_I + k_p s}{k_I + k_p s + s^2} \tilde{\theta} + \frac{s^2}{k_I + k_p s + s^2} \frac{1}{s} \tilde{\omega} \quad (4)$$

これは、次のシステムに相当する。

$$\dot{\hat{\theta}} = \tilde{\omega} - \hat{b} + k_p (\tilde{\theta} - \hat{\theta}) \quad (5)$$

$$\dot{\hat{b}} = -k_I (\tilde{\theta} - \hat{\theta}) \quad (6)$$

Mahony ら [4] は式 (5), (6) の構造をもとに, 測定値と推定値の誤差を用いて測定角速度を補償する三次元姿勢推定のための非線形相補フィルタを提案した. Mahony らの Explicit Complementary Filter (ECF) は次式で表される.

$$\dot{\hat{R}} = \hat{R} \left[\left(\tilde{\Omega} - \hat{b} + k_p \omega_{\text{mes}} \right) \times \right] \quad (7)$$

$$\dot{\hat{b}} = -k_I \omega_{\text{mes}} \quad (8)$$

$$\omega_{\text{mes}} = \sum_{i=2}^n (k_i \tilde{v}_i \times \hat{v}_i) \quad (9)$$

ただし, $\hat{R} \in SO(3)$ は推定姿勢を表す姿勢行列, $\Omega \in \mathbb{R}^3$ は角速度, $b \in \mathbb{R}^3$ はバイアス, $\tilde{v}_i \in \mathbb{R}^3$ は 3 軸加速度計出力のような測定値, $\hat{v}_i \in \mathbb{R}^3$ は推定姿勢から得られる v_i の推定値であり, \tilde{v}_i, \hat{v}_i はともに正規化されているとする. MARG センサの場合, 式 (9) は, \tilde{v}_i を加速度計出力 \tilde{a} と地磁気計出力 \tilde{m} に置き換えた次式のようになる.

$$\omega_{\text{mes}} = k_2 \left(\frac{\tilde{a}}{\|\tilde{a}\|} \right) \times \left(\hat{R} \frac{g}{\|g\|} \right) + k_3 \left(\frac{\tilde{m}}{\|\tilde{m}\|} \right) \times \left(\hat{R} \frac{m_0}{\|m_0\|} \right) \quad (10)$$

ただし, g は重力加速度, m_0 は地磁気計の初期値である. MARG センサに対する ECF のブロック線図を図 1 に示す. しかし, 実際のセンサではセンサへの入力と出力の間に動特性が存在するため, 測定した周波数領域内のある領域で精度が低下する.

2.2 動特性を補償した姿勢推定相補フィルタ

この問題に対して, Baerveldt ら [5] は同定したセンサの伝達関数を用いた動特性補償により精度向上を図った. 動特性を補償した一次元姿勢推定相補フィルタは, 式 (3) より次式で表される.

$$\hat{\theta} = F_1(s) \tilde{G}_1^{-1}(s) \frac{1}{s} \tilde{\omega} + F_2(s) \tilde{G}_2^{-1}(s) \tilde{\theta} \quad (11)$$

ただし, $\tilde{G}_1(s), \tilde{G}_2(s)$ は同定により求めたそれぞれのセンサのノミナルな伝達関数であり, それぞれのセンサモデルは次のように表されるとした.

$$\tilde{\omega} = \tilde{G}_1(s) s \theta + e_\omega \quad (12)$$

$$\tilde{\theta} = \tilde{G}_2(s) \theta + e_a \quad (13)$$

ここで, e_ω と e_a は $\tilde{\omega}$ と $\tilde{\theta}$ に含まれるノイズである. \tilde{G}_1^{-1} と \tilde{G}_2^{-1} は非プロバまたは不安定になりがちであるため, F_1, F_2 は $F_1 \tilde{G}_1^{-1} \frac{1}{s}$, $F_2 \tilde{G}_2^{-1}$ を安定かつプロバにするように設計される. このアイデアを三次元姿勢に利用することを考えるが, 三次元姿勢ではセンサ出力と姿勢表現の関係が非線形になり, 伝達関数の同定が難しい.

著者ら [6] はこの問題に対して, センサ動特性を線形な伝達関数と非線形な座標変換に分離することで, 伝達関数同定と座標変換導出を容易に行える相補フィルタを提案した.

$$\hat{\eta} = \sum_{i=1}^n H_i (F_i(s) G_i^{-1}(s) X_i(s)) \quad (14)$$

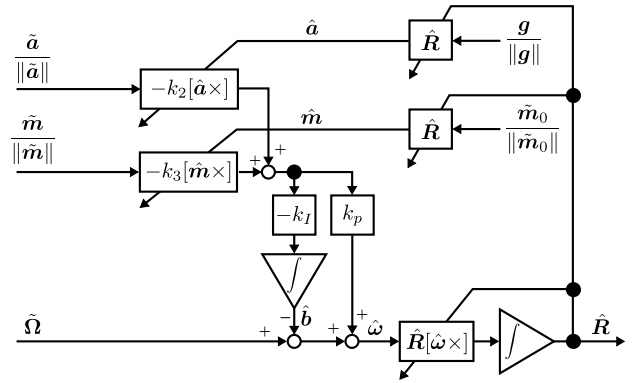


図 1 Mahony らの Explicit Complementary Filter

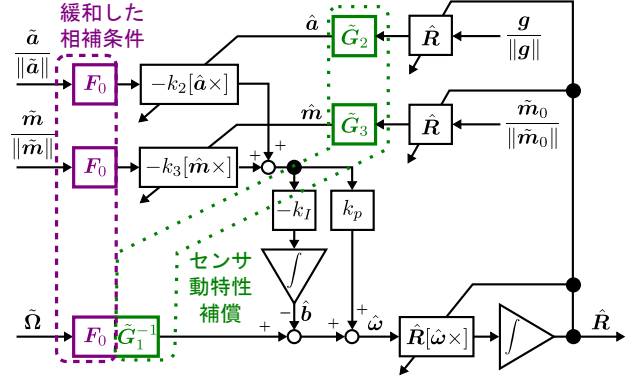


図 2 提案する動特性補償付き非線形相補フィルタ

ただし, H_i は姿勢表現とセンサ出力の間の座標変換を表す関数, $\hat{\eta}$ は姿勢 η の推定値である. 姿勢表現として 2 つの傾斜角と旋回角を用いているが, これは特異点をもつため, ある姿勢の近傍で精度が低下する.

3. 推定ベクトルのフィルタリングと緩和した相補条件による姿勢推定相補フィルタ

本研究では, 姿勢行列を姿勢表現として, センサ動特性を補償した高精度な三次元姿勢推定を行う. この目的のために, ECF に対して, センサ動特性を補償した姿勢推定器を提案する. ECF が一次元において式 (5), (6) のような構造を近似的にもつことから, 本研究では, はじめに一次元姿勢における相補フィルタを構築し, 三次元姿勢へと拡張する.

$\tilde{\theta}$ について動特性を補償するひとつの方法は, そのノミナルな逆伝達関数 $\tilde{G}_2^{-1}(s)$ を $\tilde{\theta}$ に掛けることであるが, $\tilde{G}_2^{-1}(s)$ は不安定または非プロバになりがちであるため, 式 (5), (6) の形式で用いることは難しい. ここで, 式 (5), (6) における $\tilde{\theta} - \hat{\theta}$ について着目すると, $\hat{\theta} \simeq \theta$ であるとき, 式 (13) より次式が得られる.

$$\tilde{\theta} - \hat{\theta} = \left(\tilde{G}_2(s) - 1 \right) \theta + e_a \quad (15)$$

式 (15) において伝達関数を見捨てる, すなわち $G_2(s) = 1$ のとき e_a が残ることから, 動特性補償の結果として e_a が残ればよい. そこで, $\tilde{\theta}$ に $\tilde{G}_2^{-1}(s)$ を掛けず, 次式のように $\tilde{\theta}$ に $\tilde{G}_2(s)$ を掛けることで不安定

または非プロパになりがちな伝達関数の使用を避ける.

$$\dot{\hat{\theta}} = \tilde{\omega} - \hat{b} + k_p (\tilde{\theta} - \tilde{G}_2(s)\hat{\theta}) \quad (16)$$

$$\dot{\hat{b}} = -k_I (\tilde{\theta} - \tilde{G}_2(s)\hat{\theta}) \quad (17)$$

これは、次の相補フィルタに相当する.

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \frac{s^2}{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s + s^2} \frac{1}{s} \tilde{\omega} \\ &+ \frac{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s}{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s + s^2} \tilde{G}_2^{-1}(s)\tilde{\theta} \end{aligned} \quad (18)$$

次に、角速度側の動特性補償を考える. 式 (18) より s^2 の項に \tilde{G}_1^{-1} を掛けることが考えられるが、式 (16), (17) の形式にしたときに \tilde{G}_1^{-1} の使用が避けられない. そこで、本研究では、対象となる姿勢変化がある周波数以下の信号で構成されるという仮定に着目し、式 (2) の相補条件を次のように緩和する.

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i(s) = \mathbf{F}_0 \quad (19)$$

ただし、 \mathbf{F}_0 は安定かつプロパな伝達関数である. $\tilde{G}_1^{-1}(s)$ の分母多項式の次数を $d_{1,d}$ 、分子多項式の次数を $d_{1,n}$ とすると、 $\tilde{G}_1^{-1}(s)$ に関する要請から、 \mathbf{F}_0 の分母多項式の次数は $d_{1,d} - d_{1,n}$ 以上となる. また、対象とする姿勢に関する前述の仮定より \mathbf{F}_0 は LPF として設計される. 一次元における \mathbf{F}_0 を F_0 とすると、式 (18) は次式ようになる.

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \frac{s^2}{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s + s^2} \frac{1}{s} F_0 G_1^{-1}(s) \tilde{\omega} \\ &+ \frac{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s}{\tilde{G}_2(s)k_I + \tilde{G}_2(s)k_p s + s^2} \tilde{G}_2^{-1}(s) F_0 \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (20)$$

式 (20) を変形すると次式が得られる.

$$\dot{\hat{\theta}} = F_0 G_1^{-1}(s) \tilde{\omega} - \hat{b} + k_p (F_0(s)\tilde{\theta} - \tilde{G}_2(s)\hat{\theta}) \quad (21)$$

$$\dot{\hat{b}} = -k_I (F_0(s)\tilde{\theta} - \tilde{G}_2(s)\hat{\theta}) \quad (22)$$

各伝達関数に関する仮定より、 $F_0 G_1^{-1}$ 、 F_0 、 G_2 はすべて安定かつプロパとなる.

得られた一次元相補フィルタを三次元へと拡張する. ECF における一次元と三次元の構造類似性より、式 (21), (22) を次式のように拡張した.

$$\dot{\hat{\mathbf{R}}} = \hat{\mathbf{R}} \left[(F_0(s)G_1^{-1}(s)\tilde{\boldsymbol{\Omega}} - \hat{\mathbf{b}} + k_p \boldsymbol{\omega}_{\text{mes}}) \times \right] \quad (23)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{b}}} = -k_I \boldsymbol{\omega}_{\text{mes}} \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{mes}} = \sum_{i=2}^n \left(k_i (F_0(s)\tilde{\mathbf{v}}_i) \times (\tilde{\mathbf{G}}_i(s)\hat{\mathbf{v}}_i) \right) \quad (25)$$

$\tilde{\mathbf{G}}_i(s)$ はセンサ動特性を表す伝達関数であるが、出力ベクトルと同じ次元の入力ベクトルに対するものである. 式 (10) と同様に、MARG センサでは式 (25) は、 $\tilde{\mathbf{v}}_i$ を $\tilde{\mathbf{a}}$ と $\tilde{\mathbf{m}}$ に置き換えた次のようになる.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{\text{mes}} &= k_2 \left(F_0 \frac{\tilde{\mathbf{a}}}{\|\tilde{\mathbf{a}}\|} \right) \times \left(\tilde{\mathbf{G}}_2 \hat{\mathbf{R}} \frac{\mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|} \right) \\ &+ k_3 \left(F_0 \frac{\tilde{\mathbf{m}}}{\|\tilde{\mathbf{m}}\|} \right) \times \left(\tilde{\mathbf{G}}_3 \hat{\mathbf{R}} \frac{\mathbf{m}_0}{\|\mathbf{m}_0\|} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

表 1 推定値の二乗平均誤差

方法	ψ_Z	ψ_Y	ψ_X
DDCF	2.988	2.566	2.340
ECF	0.825	0.575	0.605
提案方法	0.697	0.452	0.4732

提案方法のブロック線図を示したものが図 2 である.

4. シミュレーションによる評価

提案方法の有効性をシミュレーションにより評価した. ここで、各センサの伝達関数として次のものを用いた.

$$\mathbf{G}_1(s) = \frac{2\pi f_g}{2\pi f_g + s} \mathbf{1} \quad (27)$$

$$\mathbf{G}_2(s) = \frac{2\pi f_a}{2\pi f_a + s} \mathbf{1} \quad (28)$$

$$\mathbf{G}_3(s) = \mathbf{1} \quad (29)$$

ただし、 f_g 、 f_a は角速度計と加速度計の遮断周波数であり、それぞれ $f_g = 50[\text{Hz}]$ 、 $f_a = 50[\text{Hz}]$ とした.

シミュレーションでは、次の 3 つの方法を比較した.

- 線形/非線形特性分離に基づく相補フィルタ (DDCF, [6])
- ECF[4]
- 提案方法

ここで、サンプリング間隔 $\Delta T = 0.003[\text{s}]$ として伝達関数を双一次変換を用いて離散化した. DDCF, ECF のパラメータは十分にチューニングしたものをを用いた. 提案方法のパラメータのうち、ECF と共通するものは同じ値とし、 \mathbf{F}_0 は次のように設計した.

$$\mathbf{F}_0 = \frac{2\pi f_0}{2\pi f_0 + s} \mathbf{1} \quad (30)$$

ただし、遮断周波数 $f_0 = 150[\text{Hz}]$ とした.

入力姿勢は ZYX オイラー角を用いて、次のように設定したものを与えた.

$$\psi_i = \frac{20\pi}{20\pi + s} \sum_{j=1}^5 A_{ij} \sin(2\pi f_{ij} t), \quad (i = Z, Y, X) \quad (31)$$

ただし、 ψ_Z 、 ψ_Y 、 ψ_X はそれぞれ z 軸、 y 軸、 x 軸周りの回転角である. 右辺の伝達関数は、文献 [6] のようにジンバル機構を用いて実験を行うことを仮定し、そのモータ伝達関数を模擬するために導入した. 振幅 $A_{ij}[\text{deg}]$ 、周波数 $f_{ij}[\text{Hz}]$ は一様分布 $U[a, b]$ を用いて次のように与えた.

$$A_{ij} \sim U[0, 18.0] \quad (32)$$

$$f_{ij} \sim U[j - 1, j] \quad (33)$$

また、ノイズとして以下の正規分布に従うものをセン

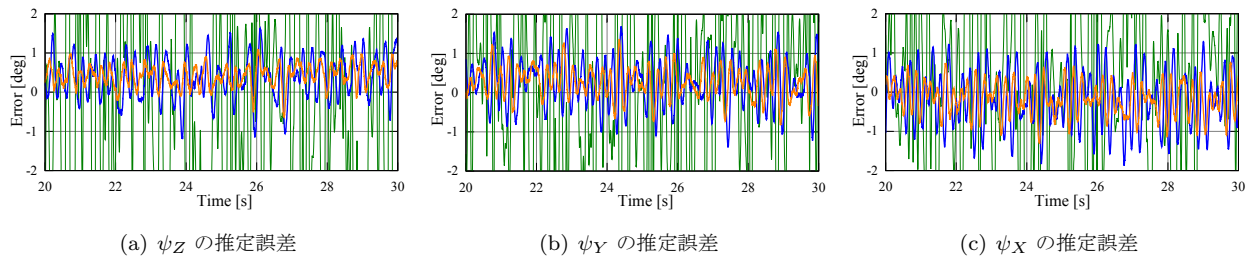


図3 推定誤差の一例 (緑線: DDCF, 青線: ECF, 橙線: 提案方法)

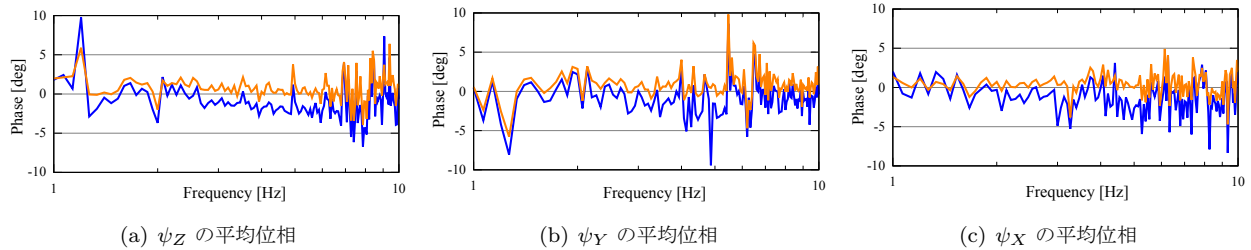


図4 1.0[Hz] から 10.0[Hz] までの平均位相 (青線: ECF, 橙線: 提案方法)

サ出力に加えた。

$$\mathbf{e}_\omega \sim \mathcal{N}(\mathbf{b}, 0.051), \quad \mathbf{b} = [0.2 \ 0.2 \ -0.2]^T \quad (34)$$

$$\mathbf{e}_a \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 0.131) \quad (35)$$

$$\mathbf{e}_m \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, 0.0131) \quad (36)$$

\mathbf{e}_ω [rad/s], \mathbf{e}_a [m/s²], \mathbf{e}_m はそれぞれ角速度計, 加速度計, 地磁気計のノイズである。 \mathbf{e}_m は地磁気計出力のノルムを 1 としたときに分散の 3 倍が 0.05 となるようにした。 $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ は平均 $\boldsymbol{\mu}$, 分散 $\boldsymbol{\Sigma}$ の正規分布を表す。

30.0[s] まで推定を行ったときの, 二乗平均誤差を表 1 に示し, 推定誤差の一例を図 3 に示す。ただし, 表 1 の結果は 20 組の A_{ij} , f_{ij} ($i = Z, Y, X, j = 1, \dots, 5$) に対するものである。結果より, DDCF は高周波数成分の誤差が残留している一方で, ECF と提案方法は精度よく推定できている。ECF と提案方法を比べると, 提案方法は全軸方向における精度改善が確認できる。動特性補償の効果を調べるために, ECF と提案方法についてフーリエ解析より求めた真値との位相差の平均が図 4 である。図において, 2.0[Hz] から 6.0[Hz] までの間で, 提案方法に比べて ECF の位相差が大きいことが確認できる。このことから, 提案方法における動特性補償が精度改善に有効であることが確認できた。

5. おわりに

本研究では, ECF をベースとするセンサ動特性を補償した三次元姿勢推定器を開発した。補償の際に, 不安定または非プロパになりがちな伝達関数の使用を避けるために, 低周波数側に用いるセンサ出力に対して, 逆伝達関数を測定ベクトルにかけず, 推定ベクトルに伝達関数を掛ける方法を提案した。さらに, 角速度計出力に対して, 対象とする姿勢がある周波数以下の信号で構成されるという仮定のもとで相補条件を緩和することで, 逆伝達関数をフィルタにより安定化・プロパ化した。5[Hz] までの姿勢変化シミュレーションに対

して, 提案方法は従来方法に比べて精度向上ができることを確認した。

謝辞 本研究は, 科学研究費補助金基盤研究 (B) (課題番号 #15H02762) および新エネルギー・産業技術総合開発機構環境・医療分野の国際研究開発・実証プロジェクト/ロボット分野の国際研究開発・実証事業「災害対応ロボット・オープンプラットフォームの研究開発」(代表: 中村仁彦) の支援で行われた。

参考文献

- [1] J. L. Marins, X. Yun, E. R. Bachmann, R. B. McGhee and Michael J. Zyda, "An extended Kalman filter for quaternion-based orientation estimation using MARG sensors," Proc. of 2001 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, Maui, Hawaii, USA, Oct. 2001, pp.2003-2011.
- [2] 鈴木智, 田原誠, 中澤大輔, 野波健蔵, "動加速度環境下における姿勢推定アルゴリズムの研究", 日本ロボット学会誌, vol.26, no.6, pp.626-634, 2008.
- [3] S. O.H. Madgwick, A. J.L. Harrison and R. Vaidyanathan, "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm," Proc. of the 2011 IEEE Int. Conf. on Rehabilitation Robotics, Zurich, Switzerland, June 2011. pp.1-7.
- [4] R. Mahony, T. Hamel and J. M. Pflimlin, "Nonlinear Complementary filter on the Special Orthogonal Group," IEEE Trans. on Automatic Control, vol.53, no.5, pp.1203-1218, 2008.
- [5] A. J. Baerveldt and R. Klang, "A Low-cost and Low-weight Attitude Estimation System for an Autonomous Helicopter," Proc. of 1997 IEEE Int. Conf. on Intelligent Engineering Systems, Budapest, Hungary, Sept. 1997, pp.391-395.
- [6] 杉原知道, 舛屋賢, 山本元司: "三次元高精度姿勢推定のための慣性センサの線形・非線形特性分離に基づいた相補フィルタ", 日本ロボット学会誌, vol.31, vol.3, pp.251-262, 2013.
- [7] W. H. Wirkler, "Aircraft Course Stabilizing Means," U. S. Patent 2,548,278, 1951-04-10.