

# 動的特性補償した慣性センサと磁気センサの相補的利用による 高精度三次元姿勢推定

舛屋賢 (九大) 杉原知道 (阪大) 山本元司 (九大)

## 1. はじめに

不規則に高速な運動を行うロボットの制御において、高精度な姿勢計測技術は重要である。特に移動ロボットは身体上に計測基準点を持たず、傾斜計や角速度センサなどのいわゆる慣性センサが用いられる。傾斜計は準静的な状態では重力方向を検出できるが、動的な状態ではセンサダイナミクスによる遅れの影響が無視できない。角速度センサは動的な姿勢変化を計測できるが、姿勢を得るには積分が要求され、誤差の累積により推定値が容易に発散する。このように、一種類のセンサのみによる姿勢推定は難しく、異種のセンサを組み合わせる推定精度の向上を図る方法が多く提案されてきた [1]-[7]。

カルマンフィルタ [1][2] は広く用いられているが、センサのノイズ特性モデルやパラメータの調整が容易でない点に問題がある。一方、センサの周波数特性に基づき、信号を相補的に統合する、相補フィルタ [3][4] も多く提案されている。しかし、それぞれのセンサの有効周波数領域が相補的とは限らず、全出力が信頼性に劣る周波数領域では推定精度が劣化する。この問題に対し、Baerveldt と Klang[5]、Hadri と Benallegue[6] は、センサダイナミクスを補償し、有効周波数領域を拡げ、精度を向上させる方法を提案した。しかし、前者は一軸周りの回転のみを扱い、後者は多軸周りの回転の干渉を考慮していない。三次元姿勢においてセンサダイナミクスは複雑な非線形特性を示すために補償のための逆モデル同定は難しく、また仮にこれを線形近似によって求めても、逆モデルが不安定または非プロパになりがちという問題がある。

上記の問題に対し筆者ら [7] は、センサの非線形な特性を、非線形な座標変換と線形伝達関数で近似された動的特性に陽に分離し、逆伝達関数と周波数フィルタを一体化して全体がプロパかつ安定となることを保証する方法を提案した。これは2方向の傾斜角のみを推定するものであった。本稿ではこれを拡張し、磁気センサの導入により旋回も含めた三次元姿勢推定を可能にする。角速度センサにおいて、速度の次元の座標変換と、積分器とハイパスフィルタの合成により、結果的に不安定の原因となる積分操作を不要にする。

## 2. センサの線形・非線形特性分離に基づいた相補フィルタ [7]

相補フィルタ [3] は、周波数領域における相補条件に基づいて  $n$  個のセンサ出力を統合し、推定精度を向上させる技術である。 $i$  番目センサの出力を  $X_i(s)$  とおくと、線形な相補フィルタは次のように表される。

$$Y_{\text{est}}(s) = \sum_{i=1}^n F_i(s) X_i(s) \quad (1)$$

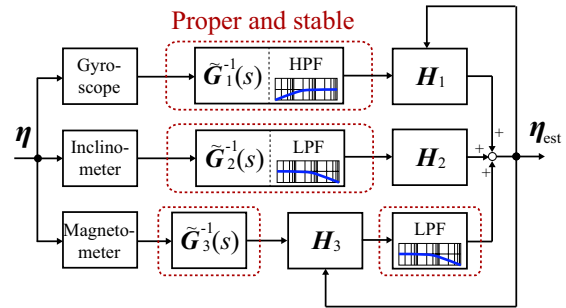


図1 提案する相補フィルタ

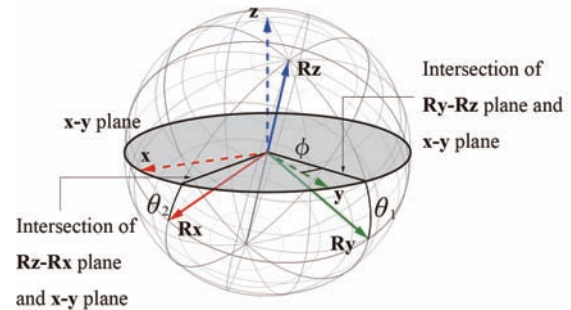


図2 傾斜角と方位角

ただし、 $Y_{\text{est}}(s)$  は原信号  $Y(s)$  の推定値、 $F_i(s)$  は  $i$  番目センサの有効周波数領域に適合する周波数フィルタであり、次の相補条件を満たす必要がある。

$$\sum_{i=1}^n F_i(s) = 1 \quad (2)$$

ここにおいて、 $X_i(s)$  は  $F_i(s)$  の抽出する周波数領域で原信号  $Y(s)$  をよく再現することを仮定している。実際には、各センサの有効周波数領域がこのように相補的である保証はない。そこで、センサのダイナミクスを補償し、周波数領域を拡張することを考える。三次元姿勢計測のための慣性センサは一般的に非線形特性を示すため、これはそれほど容易ではない。

上記の問題に対し、次のような方法を提案する。まず、センサ特性の非線形性は主に座標変換によるもので、動的特性は線形伝達関数で十分近似可能であると仮定し、これらを陽に分離する。さらに、座標変換演算と周波数フィルタの順序を交換しても深刻な影響はないと仮定する。このことによって、逆伝達関数が不安定または非プロパであっても、全体の伝達関数をプロパかつ安定にできる。よって、 $\eta_{\text{est}}$  を姿勢  $\eta$  の推定値、 $i$  番目センサのノミナル伝達関数を  $G_i(s)$ 、 $i$  番目センサ座標系からの座標変換を  $H_i(\cdot)$  とすると、提案手法

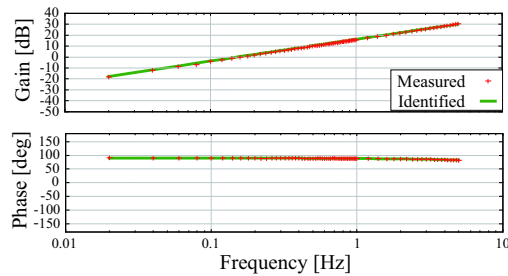
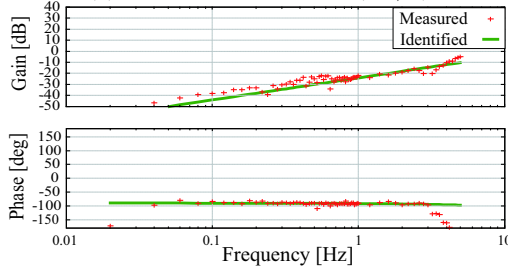
(a) 主軸周りの周波数応答例 ( $\tilde{G}_{1,11}$ ).(b) 干渉軸周りの周波数応答例 ( $\tilde{G}_{1,23}$ ).

図3 角速度センサのボード線図

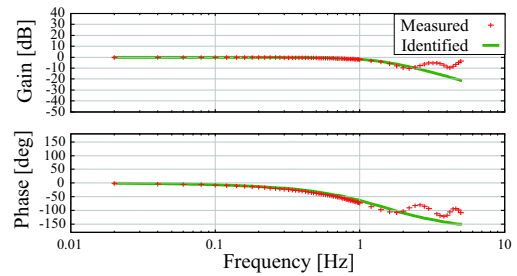
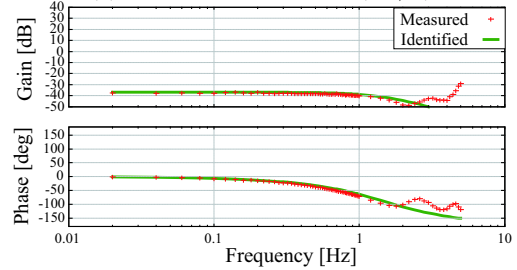
(a) 主軸周りの周波数応答例 ( $\tilde{G}_{2,11}$ ).(b) 干渉軸周りの周波数応答例 ( $\tilde{G}_{2,12}$ ).

図4 傾斜計のボード線図

は次式で表され、ブロック線図は図1のようになる。

$$\eta_{\text{est}} = \sum_{i=1}^n H_i \left( F_i(s) \tilde{G}_i^{-1}(s) X_i(s) \right) \quad (3)$$

このような順序交換を許容する根拠はセンサにより異なる。詳細は後述する。

### 3. 三次元姿勢推定のための提案手法の設計

#### 3.1 姿勢表現

本節では、角速度センサ、傾斜計と磁気センサによる提案手法の具体的設計方法を示す。図2に定義する、傾斜角  $\theta_1, \theta_2$  および方位角  $\phi$  によって姿勢を  $\eta \equiv [\theta_1 \ \theta_2 \ \phi]^T$  と表現する。  $\eta$  を用いれば、慣性座標系に対するセンサ姿勢行列  $R$  は、傾斜を表す姿勢行列  $R_\theta$  と旋回を表す姿勢行列  $R_\phi$  により次式のように表される。

$$R = R_\phi R_\theta \quad (4)$$

ただし、  $R_\theta$  は

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \frac{\kappa}{\cos \theta_1} & \kappa \sin \theta_1 \tan \theta_2 & \kappa \tan \theta_2 \cos \theta_1 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ -\kappa \tan \theta_2 & \kappa \tan \theta_1 & \kappa \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\kappa \equiv \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_1 + \tan^2 \theta_2}} \quad (6)$$

と表される。同様に、  $R_\phi$  は次のように表される。

$$R_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(4), (5), (7)より、  $R$  は次式のようになる。

$$R = \begin{bmatrix} \frac{\kappa C_\phi}{C_1} & -C_1 S_\phi + \kappa C_\phi S_1 T_2 & S_\phi S_1 + \kappa C_\phi C_1 T_2 \\ \frac{\kappa S_\phi}{C_1} & C_\phi C_1 + \kappa S_\phi S_1 T_2 & -C_\phi S_1 + \kappa C_1 S_\phi T_2 \\ -\kappa T_2 & \kappa T_1 & \kappa \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし添字  $1, 2, \phi$  はそれぞれ  $\theta_1, \theta_2, \phi$  を表し、  $C_i, S_i, T_i$  ( $i = 1, 2, \phi$ ) は添字が表す角に対する余弦値、正弦値、正接値をそれぞれ表す。

#### 3.2 センサ出力の座標変換

傾斜計出力  $\xi_1, \xi_2$  はそれぞれ  $\theta_1, \theta_2$  に相当する。また磁気センサ出力  $m \in \mathbb{R}^3$  には、方位角と傾斜角の影響が含まれる。  $R_\theta$  を用いて  $R_\theta^T m = [x_m \ y_m \ z_m]^T$  とし、その初期値を  $m_0 = [x_{m0} \ y_{m0} \ z_{m0}]^T$  とすると、  $\phi$  はそれぞれの水平面への射影ベクトルがなす角である。よって、傾斜計および磁気センサから  $\eta$  への座標変換  $H_2(\xi_1, \xi_2), H_3(m)$  は次のように定義できる。

$$H_2(\xi_1, \xi_2) \equiv [\xi_1 \ \xi_2 \ 0]^T \quad (9)$$

$$H_3(m) \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \text{atan2}(x_m y_{m0} - y_m x_{m0}, x_m x_{m0} + y_m y_{m0}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

ただし、得られない角度は便宜的に0とし、最終的に両者を合わせて、  $\eta$  の低周波領域の推定値を得る。

同様に、角速度センサの座標変換を考える。逆伝達関数は積分器を含むが、角速度の積分は物理的に明確な意味を持たない。そこで、センサ出力からまず角速度を推定する。これを  $\eta$  の時間微分  $\dot{\eta}$  に変換し、積分およびハイパスフィルタ (HPF) を施す。座標変換は、上述の角速度から  $\dot{\eta}$  への変換を意味するものとする。積分器はHPFに含まれる微分器と相殺され、後述する座標変換と周波数フィルタの順序交換により、結果的に角速度センサ出力に積分とHPFを施した後に座標変換を行うことと等価になる。

実際に、センサ座標系における角速度  ${}^b\omega$  から  $\dot{\eta}$  への座標変換を考えよう。慣性座標系に対するセンサ座標系の角速度  $\omega = R {}^b\omega$  に Rodrigues の公式を用いると、無限小時間  $dt$  における姿勢変化  $dR$  は、

$$dR = \mathbf{1} - \frac{\omega \times}{\|\omega\|} \sin(\|\omega\| dt) + \frac{(\omega \times)^2}{\|\omega\|^2} (1 - \cos(\|\omega\| dt)) \quad (11)$$

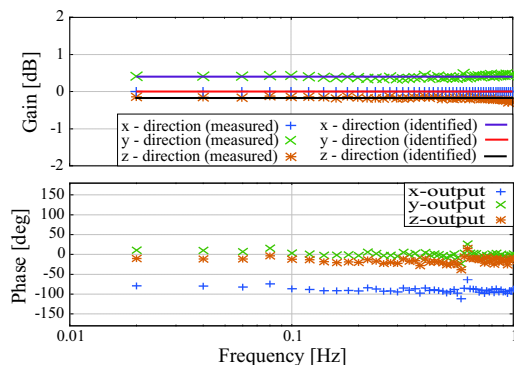


図5 磁気センサの周波数応答

と表せる．ただし  $\mathbf{1}$  は  $3 \times 3$  単位行列， $\omega_{\times}$  は  $\omega$  との外積を表す歪対称行列をそれぞれ意味する． $R$  については，実装では最新の推定値をもって近似値とする．式 (8) より  $dt$  の間の  $\eta$  の変化量  $d\eta$  は，

$$d\eta = \begin{bmatrix} \text{atan2}(dr_{32}, dr_{33}) \\ -\text{atan2}(dr_{31}, dr_{33}) \\ \text{atan2}(dr_{21}, dr_{22}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる．ただし， $dr_{ij}$  は  $dR$  の  $i$  行  $j$  列目の成分を意味する．実用上は，無限小時間  $dt$  をサンプリング時間  $\Delta T$  で近似し，次のように  ${}^b\omega$  から  $\dot{\eta}$  への座標変換  $H_1({}^b\omega)$  を定義する．

$$H_1({}^b\omega) \equiv \frac{d\eta}{dt} \simeq \frac{\Delta\eta}{\Delta T} \quad (13)$$

最後に，座標変換と周波数フィルタの順序交換について考えよう．式 (9) より  $H_2(\xi_1, \xi_2)$  の可換性は自明である．式 (11) において， $\|\omega\|\Delta T \ll 1$  とし，式 (12) で定義された  $H_1({}^b\omega)$  をテイラー展開すると，次の近似式が得られる．

$$H_1({}^b\omega) \simeq R{}^b\omega + \frac{1}{\Delta T} O((R{}^b\omega\Delta T)^3) \quad (14)$$

ただし， $O(v^3)$  は高次項を表す 3 次元ベクトルである． $R$  を定数とみなし， $F_1 = F_1\mathbf{1}$  とすると  $F_1R = RF_1$  が成り立つため， $H_1(F_1{}^b\omega)$  と  $F_1H_1({}^b\omega)$  は 2 次の項まで一致する．

## 4. 姿勢推定器の構成例と評価

### 4.1 実験環境

ジンバル機構によって  $z$ - $y$ - $x$  オイラー角を独立に制御できる 3 軸姿勢制御装置を製作し実験を行った．センサには，3 個の 1 軸角速度センサ CRS07-11S(SSSJ 社製)，1 個の 2 軸傾斜計 X3M(US Digital 社製)，1 個の 3 軸磁気センサ AMI304(AMI 社製) を用いた．原点姿勢において，それぞれの CRS07-11S の軸，AMI304 の各軸は実験機の各軸と，X3M の 2 軸は実験機の水平 2 軸と，それぞれ一致するようにジンバルの中心部に治具で固定した．サンプリング周期は 3[ms] とした．

### 4.2 センサ伝達関数の同定

正弦波入力により周波数応答を計測し，最小二乗法を適用することで，角速度センサと傾斜計の伝達関数

表 1 推定誤差

	Angle	RMSE	SD
Proposed filter	$\theta_{1,est}$	2.18	2.18
	$\theta_{2,est}$	2.01	1.89
	$\phi_{est}$	2.65	2.64
Filter without inverse model	$\theta_{1,est}$	11.1	11.1
	$\theta_{2,est}$	8.91	8.90
	$\phi_{est}$	5.40	5.33

RMSE ... root-mean-square error

SD ... Standard Deviation

行列を同定した．磁気センサについては，磁気  $m_0$ ，位相差  $\psi$  である初期状態から鉛直軸周りのみにおいて一定角速度  $\Omega$  で実験機を回転させ，センサまわりで正弦波状に変化する磁気  $R(\Omega t + \psi)m_0$  を入力とし，これを  $x, y, z$  の各センサ出力方向を鉛直軸と一致させて周波数応答を測定した．ゲインを最小二乗法により同定し， $x$  軸方向を基準にとり，正規化した．図 3，図 4，図 5 より， $\tilde{G}_1(s)$ ， $\tilde{G}_2(s)$ ， $\tilde{G}_3(s)$  を次のように同定した．

$$\tilde{G}_1(s) = s \begin{bmatrix} \frac{1.036}{1+0.004112s} & \frac{-0.02589}{1+0.004112s} & \frac{0.005136}{1+0.004112s} \\ \frac{0.03436}{1+0.004177s} & \frac{1.070}{1+0.004177s} & \frac{-0.009853}{1+0.004177s} \\ \frac{-0.03828}{1+0.004858s} & \frac{0.02950}{1+0.004858s} & \frac{1.075}{1+0.004858s} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\tilde{G}_2(s) = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} 1.0 & 0.01431 \\ 0.01904 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$D(s) = 1 + 0.1788s + 0.0113609s^2 \quad (17)$$

$$\tilde{G}_3(s) = \text{diag}\{1.0, 1.048, 0.980\} \quad (18)$$

### 4.3 相補フィルタの実装および実験結果

図 4 より約 1[Hz] までは  $\tilde{G}_2$  はよい近似となっているので，次のように周波数フィルタを設計し，オイラー差分近似により離散化しソフトウェア的に実装した．

$$F_1(s) = \frac{(1/3)s(1 + (1/12)s)}{(1 + (1/6)s)^2} \mathbf{1} \quad (19)$$

$$F_2(s) = F_3(s) = \frac{1}{(1 + (1/6)s)^2} \mathbf{1} \quad (20)$$

不規則運動として，3 軸姿勢制御装置の各軸に 0.4 ~ 5[Hz] の調和振動を乱数的に重ね合わせた運動を入力した．比較のため，提案方法とセンサ逆モデルを用いない相補フィルタを用いて姿勢推定を行った．推定結果を図 6 に，推定誤差を図 7 にそれぞれ示す．また，それぞれの方法における二乗平均誤差および標準偏差を表 1 にまとめる．これらより，提案方法は，センサ逆モデルを用いない方法と比較して誤差を傾斜角で 20% 程度，方位角で 50% 程度にまで低減できていることが分かる．特に  $\theta_1, \theta_2$  の推定において効果が顕著なのは，傾斜計のダイナミクスによる遅れが推定精度低下の大きな原因であることを意味しており，提案方法の有効性が確認できる．

## 5. おわりに

不規則で 3 次元的な姿勢変化の高精度推定を目的として，慣性センサの逆モデルを同定し動的特性を補償

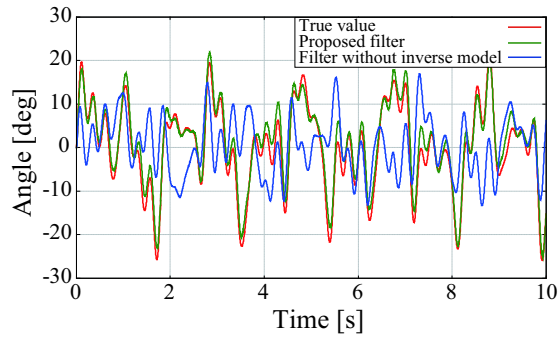
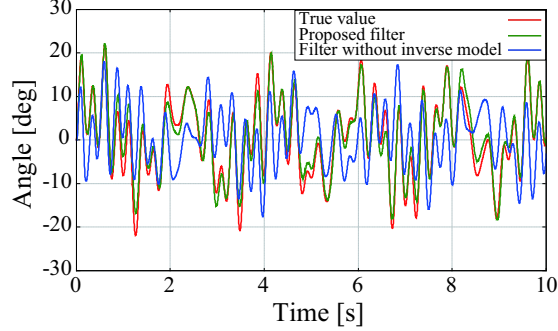
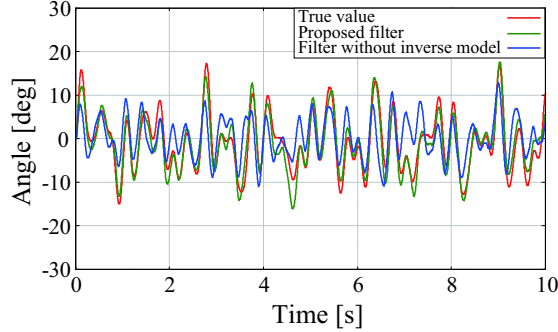
(a) 推定値  $\theta_{1,est}$ (b) 推定値  $\theta_{2,est}$ (c) 推定値  $\phi_{est}$ 

図6 提案手法と逆モデルを用いない相補フィルタの推定結果

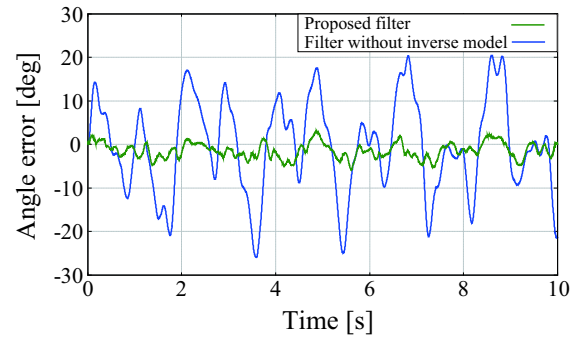
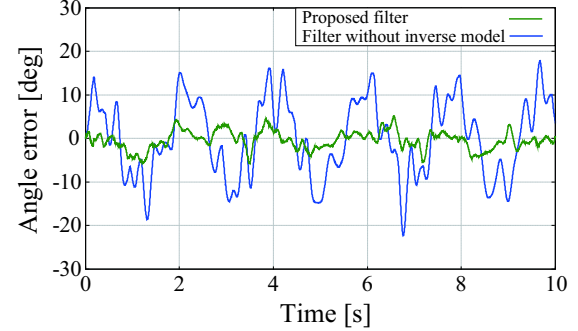
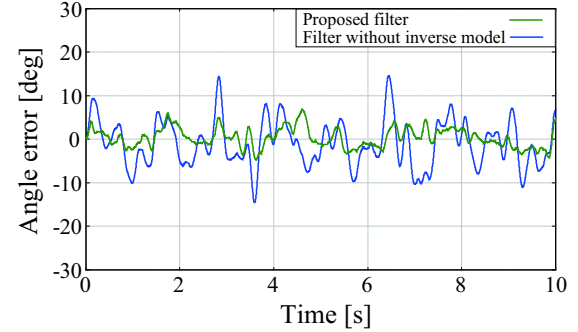
(a)  $\theta_{1,est}$  の誤差(b)  $\theta_{2,est}$  の誤差(c)  $\phi_{est}$  の誤差

図7 提案手法と逆モデルを用いない相補フィルタの誤差の比較

する方法を提案した。センサモデルを、線形な伝達関数と非線形な姿勢変換に陽に分離し、それらの間に周波数フィルタを挿入することにより全体の伝達関数がプロバかつ安定となることを保証する。実際にセンサ特性を同定し、相補フィルタを設計して姿勢推定実験を行った結果、提案方法を用いない場合と比較して推定誤差が大幅に低減されることを確認した。提案方法においては、姿勢推定器構成の手続きはシステムティックであり、試行錯誤に頼る部分は少ない。これはカルマンフィルタと比べ、大きな利点と言える。

謝辞 本研究は、科学研究費補助金若手研究(A)(課題番号:22680018)の支援を受けた。

#### 参考文献

- [1] E. J. Lefferts, F. L. Markley and M. D. Shuster: "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol.5, No.5, pp.417-429, 1982.
- [2] X. Yun, C. Aparicio, E. R. Bachmann and R. B. McGhee: "Implementation and Experimental Results of a Quaternion-Based Kalman Filter for Hu-

man Body Motion Tracking", Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.318-323, 2005.

- [3] W. H. Wrikler: "Aircraft Course Stabilizing Means", U. S. Patent 2,548,278, 1951-04-10.
- [4] R. Mahony, T. Hamel and J. M. Pflimlin: "Nonlinear Complementary filter on the Special Orthogonal Group", IEEE Transaction on Automatic Control, vol.53, No.5, pp.1203-1218, 2008.
- [5] A. J. Baerveldt and R. Klang: "A Low-cost and Low-weight Attitude Estimation System for an Autonomous Helicopter", Intelligent Engineer Systems, pp.391-395, 1997.
- [6] A. El Hadri, and A. Benallegue: "Attitude estimation with gyros-bias compensation using low-cost sensors", Proceeding of the 48th Conference on Decision and Control, pp.8077-8082, 2009.
- [7] 舩屋賢, 杉原知道, 山本元司: "慣性センサの逆モデルに基づく高精度姿勢推定のための相補フィルタ", 第28回日本ロボット学会学術講演会, 3H2-4, 2010.